EXERCICE 1 *(3points)*

Cocher la réponse exacte sans justification

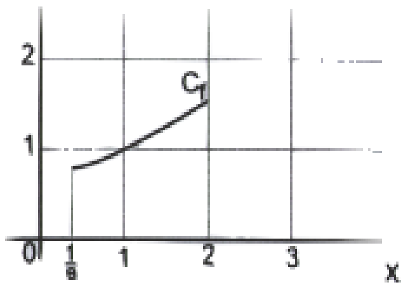
1. *Une primitive de la fonction* $f(x) = xe^{x}$ *est* $\begin{cases} (x-1)e^{x} \\ (x+1)e^{x} \\ xe^{-x} \end{cases}$

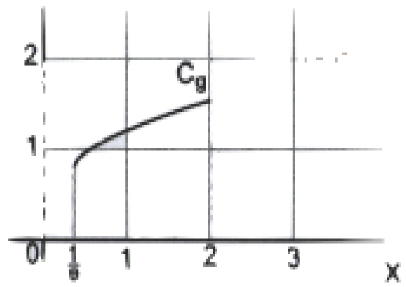
2. $\displaystyle\int_{1}^{e} \frac{\ln x}{x}\,dx = \begin{cases} e \\ 1 \\ \frac{1}{2} \end{cases}$

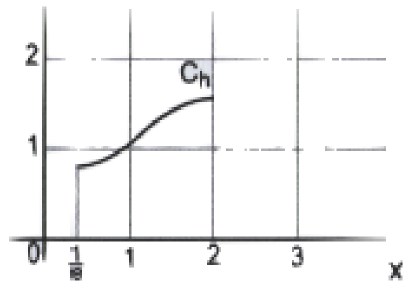
3. *La valeur moyenne sur* $[0, 2]$ *de la fonction* $f(x) = e^{\frac{x}{2}}$ *est* $\begin{cases} e+1 \\ 2(e+1) \\ e-1 \end{cases}$

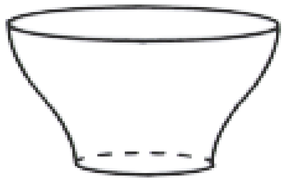
EXERCICE 2 *(4points)*

Les courbes (Cf), (Cg) et (Ch) sont les représentations graphiques de trois fonctions f, g et h dans un repère Orthonormé. Les solides S_1 , S_2 et S_3 ci-dessous sont obtenus par rotation autour de l'axe (OX) des courbes (Cf), (Cg) et (Ch) .

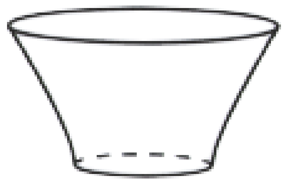




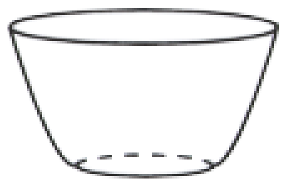




S_1



S_2



S_3

1. ***Associé à chaque courbe le solide qu'elle engendre.***
2. ***a- Calculer par une intégration par partie*** $I = \displaystyle\int_{\frac{1}{e}}^{2} x\ln x\, dx$

   b- (Cf) étant la courbe de la fonction f définie sur $\left[\frac{1}{e}, 2\right]$ ***par*** $f(x)=\sqrt{1+x\ln x}$

   Calculer le volume du solide associé à (Cf)

EXERCICE 3 *(6points)*

On considère la suite (I_n) *définie sur* IN *par* $I_n = \int_0^1 t^n e^{-t} dt$

1/ a- Calculer I_0

b- par une intégration par partie calculer I_1

2/ a- Montrer que la suite (I_n) *est positive.*

b- Montrer que la suite (I_n) *est décroissante.*

c- En déduire que la suite (I_n) *est convergente.*

3/ a- Montrer que $\forall n \in IN, \quad I_{n+1} = (n+1)I_n - \frac{1}{e}$

b- Montrer que $\forall n \in IN, \frac{1}{(n+1)e} \leq I_n \leq \frac{1}{ne}$

c- En déduire la limite de (I_n)

EXERCICE 4 *(7points)*

Soit la suite (U_n) *définie sur* IN^* *par* $U_n = \frac{n(n+2)}{(n+1)^2}$

1. *a- Montrer que* $\forall n \in IN^*, U_n = 1 - \frac{1}{(n+1)^2}$

   b- Montrer que $\forall n \in IN^*, 0 < U_n < 1$

   c- Etudier le sens de variation de (U_n)

2. *Soit la suite* (x_n) *définie sur* IN^* *par :* $x_n = U_1 \times U_2 \times U_3 \times \dots\dots \times U_n$

   a- Montrer par récurrence, que $\forall n \in IN^*, \; x_n = \frac{n+2}{2(n+1)}$

   b- Déterminer la limite de x_n

3. *Soit la suite* (v_n) *définie sur* IN^* *par :* $v_n = \ln(U_n)$

   a- Montrer que la suite (v_n) *est croissante.*

   b- Montrer que (v_n) *est majorée*

   c- Déterminer la limite de (v_n).

Bonne chance